El campo eléctrico 1: Distribución de cargas discretas

1. Sean dos esferas pequeñas están conectadas a los extremos de un cable de acero de 1 m de longitud y una sección transversal de 1.5 cm^2. A continuación se coloca una carga positiva *Q* en cada esfera. Estimar la máxima magnitud de *Q* antes de que el cable se rompa sabiendo que la tensión máxima por unidad de superficie (S_{max}) que el acero puede soportar es de 5.2 10^8 N/m^2.

Como se tratan esferas pequeñas, podemos despreciar los efectos gravitatorios. Por tanto el valor de Q_{max} podrá deducirse del balance de fuerzas electrostática y mecánica. Para la primera usamos la Ley de Coulomb y para la segunda, el dato de tensión umbral del problema. Así pues, teniendo en cuenta el valor de k = 8.99 10^9 N m^2 /C^2.

$$F_{elec} = \frac{kQ^2}{l^2} = T_{max} = S_{max}A$$

$$Q = l\sqrt{\frac{S_{max}A}{k}} = 2.95\ mC$$

2. La carga neta de cualquier cuerpo es el resultado del exceso o déficit de una pequeña fracción de electrones. De hecho, si esta diferencia de carga fuera muy grande, el cuerpo se destruiría.

a) Estimar la fuerza que actúa sobre un cilindro de cobre de dimensiones 0.5 x 0.5 x 4 cm^3, si el número de electrones sobrepasa el de protones en un 0.0001%. Suponer que la mitad del exceso de electrones migra hacia el extremo opuesto del cilindro.

b) Calcular el valor máximo de carga neta del cilindro sabiendo que la tensión máxima por unidad de superficie (S_{max}) que el cobre puede soportar es de 2.3 10^8 N/m^2.

a) Primero debemos estimar el número de átomos de cobre *N* que hay en el cilindro para poder estimar la carga neta y mediante la Ley de Coulomb, determinar la fuerza electrostática asociada a ese exceso de carga. Para calcular *N* necesitaremos primero la resistividad del cobre ρ = 1.7 10^{-8} Ω m, su masa molecular M = 63.54 10^{-3} kg/mol, el volumen del cilindro *V* que viene como dato y el número de Avogadro N_A = 6.02 10^{23} átomos/mol.

$$\frac{\mathrm{N}}{N_A} = \frac{m}{M} = \frac{\rho \mathrm{V}}{M} = 8.461\ 10^{22}\ \acute{a}tomos$$

Por tanto sabiendo que cada átomo posee 29 electrones + el citado exceso: $Q = 0.5\ (29 \cdot 10^{\ -7})eN$, que aplicada a la Ley de Coulomb, nos da una fuerza eléctrica de 3.46 10^{10} N.

b) La carga máxima está asociada a la fuerza electrostática máxima que se puede obtener del dato de tensión máxima y que *k* = 8.99 10^9 N m^2 /C^2:

$$F_{elec} = \frac{kQ^2}{rl^2} = T_{max} = S_{max}A$$

$$Q_{max} = \sqrt{\frac{r^2 S_{max} A}{k}} = 1.60\ 10^{-5} C$$

3. Las "chispas" eléctricas son descargas eléctricas que se producen en el aire cuando un campo eléctrico acelera a los iones libres hasta velocidades suficientemente altas como para ionizar las moléculas de un gas colisionando con ellas.

a) Suponiendo que cada ion, en promedio, se desplaza en el gas un espacio denominado *recorrido medio libre* antes de chocar con una molécula, y suponiendo también que este ion necesita aproximadamente 1 eV de energía para poder ionizarla, estimar la intensidad de campo necesaria para producir la ruptura dieléctrica del aire a una presión y temperatura de 105 N/m^2 y 300 K, respectivamente. Considere que el área de la sección transversal de una molécula de nitrógeno es de 0.1 nm^2.

b) Cómo variará la intensidad de campo de ruptura dieléctrica con la temperatura? ¿y con la presión?

a) Primero debemos definir el campo eléctrico en términos del trabajo realizado en el proceso de ionización y la distancia media entre colisiones λ. También usaremos la Ley de los gases ideales con el fin de relacionar la densidad de moléculas del gas *n* y su área de sección transversal σ, con el camino medio realizado por las partículas así como con el campo eléctrico:

$$W = qE\lambda = qE\,\frac{1}{\sigma n}$$

$$n = \frac{N}{\mathrm{V}} = \frac{P}{\mathrm{kT}}$$

Por tanto, sabiendo que la carga de un electrón es 1.6 10^{-19} C y que *k* = 8.99 10^9 N m^2 /C^2, se tiene que *E* = 2.41 10^6 N/C.

b) Del apartado anterior se deduce que el campo es directamente proporcional a la presión e inversamente proporcional a la temperatura.

4. Una sencilla demostración de clase consiste en frotar con un trozo de piel una varilla de plástico con objeto de cargarla. Seguidamente se acerca la varilla cargada a una lata de aluminio vacía tumbada en una mesa con objeto de hacerla rodar hacia ella. A medida que la lata se acerca a la varita, ésta adquiere carga por inducción. Por ejemplo, si la varita está a 10 cm de la lata, ésta empezará a moverse por acción de una aceleración cuyo módulo es 1 m/s^2. Si la masa de la lata es de 0.018 kg, estimar la carga de la varita.

De nuevo, usando la Ley de Coulomb podemos determinar la carga de la varita a partir de la fuerza eléctrica que la lata ejerce sobre ella y de la distancia de separación entre ellas. Posteriormente, aplicamos la 2ª Ley de Newton para relacionar la fuerza con la aceleración de la lata, que en el caso de rotación, viene expresada en términos del momento de la fuerza τ, el momento de inercia I y de la aceleración angular α:

$$F_{elec} = \frac{kQ^2}{r^2}$$

$$FR = I\alpha = MaR$$

donde M y R son el radio y la masa de la lata.

Por tanto, teniendo en cuenta los datos del problema, Q = 141 nC.

5. Estimar la fuerza requerida para unir 2 núcleos de Helio, sabiendo que el diámetro medio de cada núcleo es de 10^{-15} m y cada uno contiene 2 protones.

Suponiendo que la única fuerza que actúa entre los núcleos es la repulsión electrostática, la Ley de Coulomb nos permite cuantificar la fuerza necesaria para unir los dos núcleos de Helio, sabiendo que la carga de un electrón es 1.6 10^{-19} C y que k = 8.99 10^9 N m^2 /C^2:

$$F_{unión} = F_{elec} = \frac{kQ^2}{r^2} = 230\ N$$